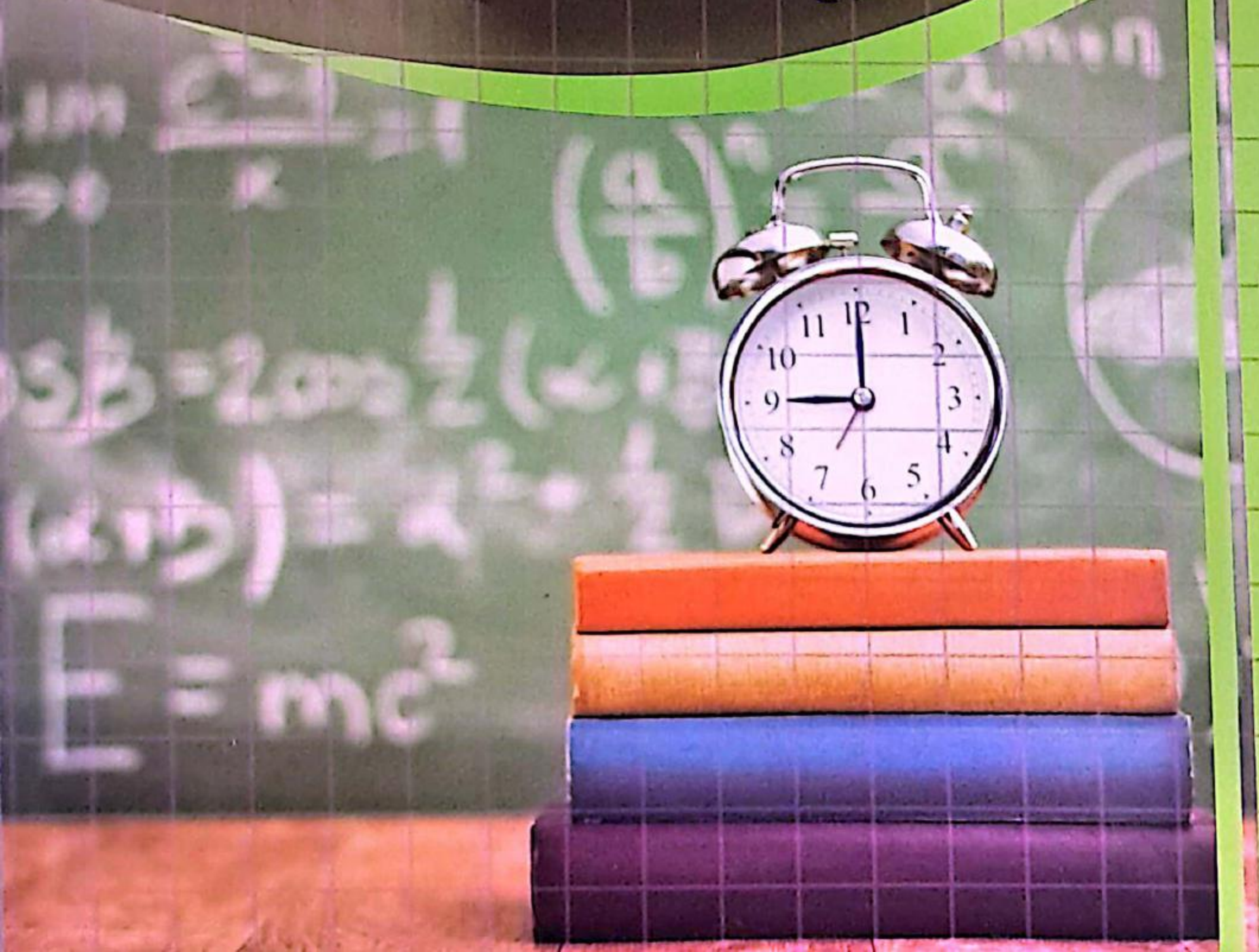
چهارخونه

آموزش نکته به نکته و مجموعه سوالات طبقه‌بندی شده

آزمون استخدامی دبیری

ریاضی

مجموعه ریاضیات (ریاضی عمومی – معادلات دیفرانسیل
آمار و احتمال–گسسته)
مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر و مبانی آنالیز عددی
اصول آموزش ریاضی و خلاقیت ریاضی
هندسه
حسابان



بخش اول : ریاضی و حسابان

بخش دوم : آمار و احتمال و ریاضیات گسسته

بخش سوم : هندسه

بخش سوم : هندسه

بخش چهارم : ریاضات دانشگاهی

بخش پنجم: پیوست

فصل ۱

ریاضی و حسابان

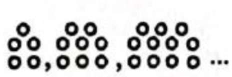
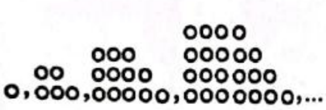
مجموعه‌ها – الگو و دنباله

دنباله

الگوهای درجه یک و درجه دو:

الگو	فرم کلی	روش به دست آوردن a	روش به دست آوردن (c ،b)
درجه یک	$an + b$	مقداری که به جملات اضافه می‌شود.	با جای‌گذاری یک جمله از دنباله، مقدار b را به دست می‌آوریم.
درجه دو	$an^{۲} + bn + c$	• مقداری که به جملات اضافه می‌شود را زیرشان می‌نویسیم. • مقادیری که نوشتیم تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهند. • نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می‌شود.	به کمک محاسبه جمله صفرم مقدار c را به دست آورده و بعد جمله اول برابر است با $a+b+c$ که از آن b به دست می‌آید.

مثال از الگوی درجه یک و درجه دو:

جملهٔ عمومی	جای‌گذاری جملات در الگو برای به دست آوردن ضرایب مجهول	تبدیل الگوی شکل به عددی	الگوی شکل هندسی
$t_n = ۳n + ۲$	$t_n = ۳n + b \xrightarrow{t_۱ = ۵}$ $۵ = ۳ + b \Rightarrow b = ۲$	۵ , ۸ , ۱۱ , ... $\underbrace{+۳ \quad +۳}$ $a = ۳ \Leftarrow$ پس درجه اوله	
$t_n = \frac{۳}{۲}n^{۲} - \frac{۱}{۲}n$	$t_n = \frac{۳}{۲}n^{۲} + bn + c$ جملهٔ صفرم = C ۰ , ۱ , ۵ , ۱۲ , ۲۲ , ... ۱ ۴ ۷ ۳ ۳ جملهٔ صفرم = C $\rightarrow C = ۰ , \frac{۳}{۲} + b + ۰ = ۱ \rightarrow b = -\frac{۱}{۲}$ با تشکیل ساختار جمله صفرم را پیدا می‌کنیم.	۱ , ۵ , ۱۲ , ۲۲ , ... +۴ +۷ +۱۰ $\underbrace{+۳ \quad +۳}$ $a = \frac{۳}{۲} \Leftarrow$ پس درجه دومه	

روابط اصلی دنباله‌های حسابی و هندسی:

	دنبالهٔ حسابی (عددی)	دنبالهٔ هندسی
تعریف	به هر جمله نسبت به جملهٔ قبلی یک مقدار ثابت اضافه می‌شود.	هر جمله نسبت به جملهٔ قبلی در یک مقدار ثابت ضرب می‌شود.
جملهٔ عمومی	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 q^{n-1}$
قدرنسبت با داشتن دو جمله دلخواه	$d = \frac{a_m - a_n}{m-n}$	$q = \sqrt[m-n]{\frac{a_m}{a_n}}$
رابطهٔ بازگشتی	$a_{n+1} = a_n + d$	$a_{n+1} = a_n \times q$
رابطهٔ اندیس‌ها	$n+m=p+t \Rightarrow a_n + a_m = a_p + a_t$	$n+m=p+t \Rightarrow a_n \times a_m = a_p \times a_t$
سه جملهٔ متوالی (x, y, z)	$y = \frac{x+z}{2}$ به y، واسطهٔ حسابی x و z می‌گویند.	$y^2 = xz$ به y، واسطهٔ هندسی x و z می‌گویند.
درج k واسطهٔ بین a و b	$d = \frac{b-a}{k+1}$	$q^{k+1} = \frac{b}{a}$
تعدادی فرد جملهٔ متوالی	وسطی × تعداد = مجموع $\xrightarrow{\text{مثال}} a_7 + a_8 + a_9 = 3a_8$	$\text{حاصل‌ضرب} = (\text{وسطی})^{\text{تعداد}}$ $\xrightarrow{\text{مثال}} a_7 a_8 a_9 = (a_8)^3$
مجموع n جملهٔ اول	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$
	$d = \frac{Q_m - Q_n}{m-n}$	$q = \sqrt[m-n]{\frac{a_m}{a_n}}$

مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n: $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

مجموع مربع اعداد طبیعی از ۱ تا n: $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

محاسبهٔ a_n از روی S_n: $a_n = S_n - S_{n-1} \xrightarrow{\text{مثال}} a_8 = S_8 - S_7$

نسبت مجموع $2n$ جملهٔ اول به n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی: $\frac{S_{2n}}{S_n} = q^n + 1 \xrightarrow{\text{مثال}} \frac{S_{12}}{S_6} = q^6 + 1$

اگر جملات nام، mام و pام یک دنبالهٔ حسابی، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشد، دنبالهٔ هندسی از رابطهٔ $q = \frac{p-m}{m-n}$ به دست می‌آید.

مثلاً اگر جملات سوم، هفتم و سیزدهم یک دنبالهٔ حسابی، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آن‌گاه: $q = \frac{13-7}{7-3} = \frac{3}{2}$

اتحادهایی که از S_n دنبالهٔ هندسی نتیجه می‌شوند: مشترک با عبارت‌های جبری

	بخش‌پذیری $x^n \pm a^n$ بر $x \pm a$	اتحاد
n زوج	$x^n - a^n$ بر $x \pm a$ بخش‌پذیر است.	$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + ... + a^{n-2}x + a^{n-1})$ $x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - ... + a^{n-2}x - a^{n-1})$
	$x^n + a^n$ بر $x \pm a$ بخش‌پذیر نیست.	—
n فرد	$x^n - a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر است.	$x^n - a^n = (x-a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + ... + a^{n-2}x + a^{n-1})$
	$x^n - a^n$ بر $x + a$ بخش‌پذیر نیست.	—
	$x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش‌پذیر است.	$x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-1} + a^2x^{n-3} - ... - a^{n-2}x + a^{n-1})$
	$x^n + a^n$ بر $x - a$ بخش‌پذیر نیست.	—

توان‌های گویا

توان گویا

اگر $a^n = b$ و n عددی طبیعی باشد، می‌گوییم a ریشهٔ nام b است. چند مثال:

ریشهٔ سوم ۸	$\sqrt[3]{8} = 2$
ریشه‌های دوم ۵۲	$\pm\sqrt{25} = \pm 5$
ریشه‌های چهارم ۳	$\pm\sqrt[4]{3}$
ریشهٔ پنجم ۱-	$\sqrt[5]{-1} = -1$

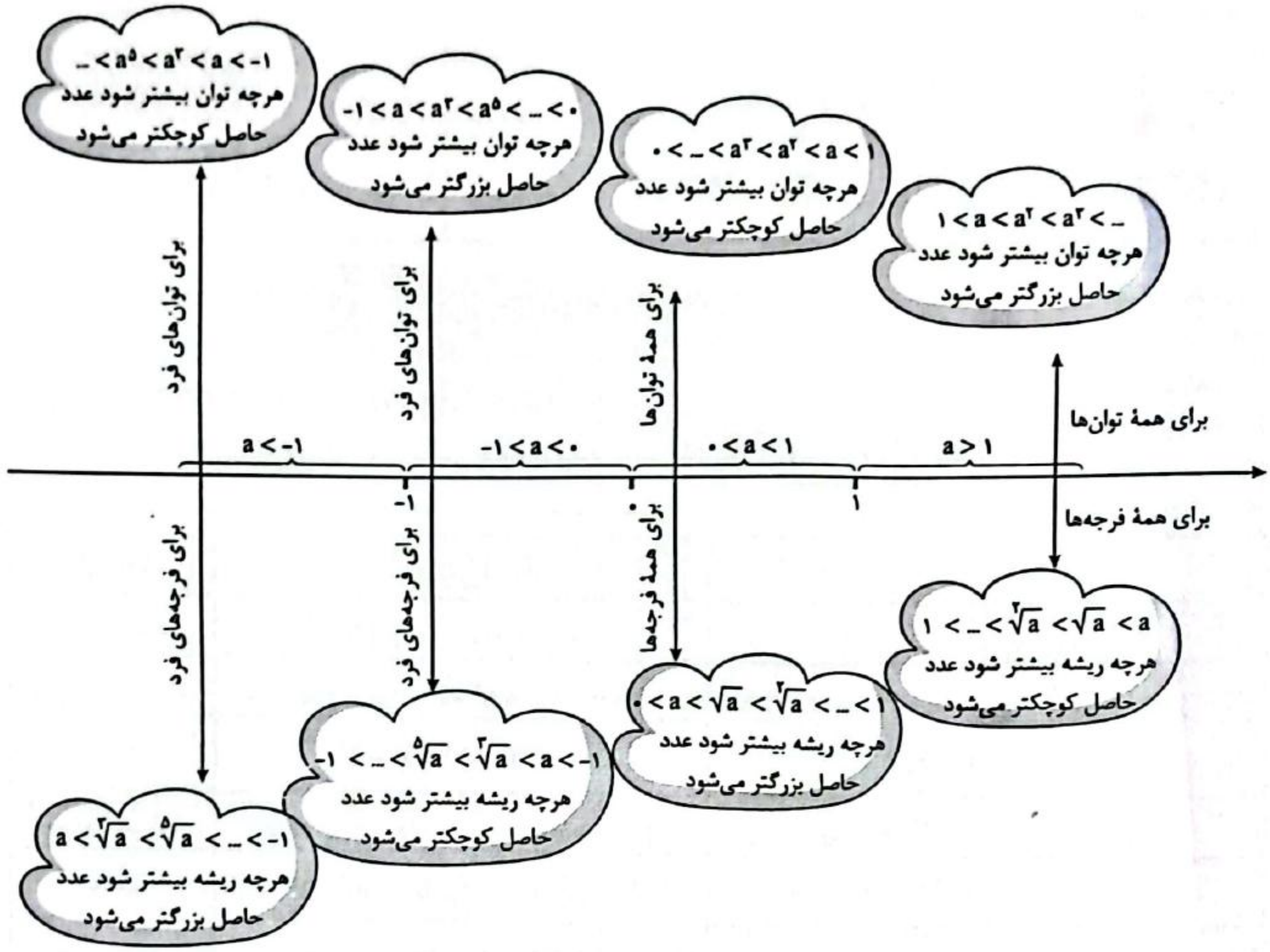
ریشهٔ nام عدد a در دو حالت $a \geq 0$ و $a < 0$:

علامت a	ریشهٔ nام (فرد)	ریشهٔ nام (زوج)
$a \geq 0$	$\sqrt[n]{a}$	$\pm\sqrt[n]{a}$
$a < 0$	$\sqrt[n]{a}$	ندارد

حاصل $\sqrt[n]{a^n}$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{فرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$$

مقایسهٔ بین توان و رادیکال اعداد مختلف



قواعد رادیکال‌ها:

	قواعد رادیکال‌ها	توضیح	مثال
۱	جمع و تفریق رادیکال‌ها	باید «عبارت زیر رادیکال‌ها» و «فرجه‌هایشان» برابر باشد.	$5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$
۲	ضرب و تقسیم رادیکال‌ها	باید «فرجه‌ها» برابر باشد.	$\sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{6}$
۳	بیرون آوردن عدد از رادیکال	$\sqrt[n]{a^n b} = \begin{cases} a\sqrt[n]{b} & \text{فرد } n \\ \lvert a \rvert \sqrt[n]{b} & \text{زوج } n,\ b > 0 \end{cases}$	$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \times 3^3} = 3\sqrt[3]{2}$
۴	رادیکال‌های تودرتو	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[(m \times n)]{a}$	$\sqrt{\sqrt[4]{32}} = \sqrt[8]{32} = \sqrt[8]{2^5} = 2^{\frac{5}{8}}$
۵	ساده کردن توان و فرجه	$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$ (اگر k زوج بود، a قدرمطلق می‌گیرد.)	$\sqrt[18]{5^{12}} = \sqrt[3 \times 6]{5^{2 \times 6}} = \sqrt[3]{5^2}$

توان گویا: اگر $a > 0$ باشد، آن‌گاه:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m \to \text{توان}}{n \to \text{فرجه}}} \to \sqrt[4]{3^7} = 3^{\frac{7}{4}}$$

قواعد توان:

ضرب با پایه‌های مساوی	ضرب با توان‌های مساوی	تقسیم با پایه‌های مساوی	تقسیم با توان‌های مساوی	توان منفی	توان به توان
$a^n \,.\, a^m = a^{n+m}$	$a^n . b^n = (ab)^n$	$a^n \div a^m = a^{n-m}$	$a^n \div b^n = (\frac{a}{b})^n$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$(a^n)^m = a^{(n\times m)}$

جبر و معادله و نامعادله

عبارات جبری

اتحاد: هر تساوی جبری که به ازای تمام مقادیر متغیرها برقرار باشد. مثلاً $x(x+2) = x^2 + 2x$ یک اتحاد است.

اتحادهای معروف:

اسم اتحاد	فرم کلی اتحاد	مثال
مربع دو جمله‌ای	$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	$(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
مربع سه جمله‌ای	$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$	$(x-2y+3z)^2 = x^2+4y^2+9z^2-4xy+6xz-12yz$
مزدوج	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(5x-3)(5x+3) = 25x^2 - 9$
جمله مشترک	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$	$(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 21x + 10$
مکعب	$(a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$	$(2x-5)^3 = 8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$
چاق و لاغر (مجموع و تفاضل مکعبات ۲ جمله‌ای)	$(a\pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$	$(3x+2)(9x^2-6x+4) = 27x^3 + 8$

دو فرم پر استفاده از اتحاد مربع و مکعب: مشترک با معادلات درجه ۲

فرم اتحادی	شبیه‌سازی با S و P
$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$	$\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P$
$a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$	$\alpha^3+\beta^3 = S^3 - 3PS$

برای سؤالاتی که «$a+b$ و ab» را می‌دهند و a^2+b^2 یا a^3+b^3 را می‌خواهند (یا سؤالاتی که $x+\frac{1}{x}$ را می‌دهند و $x^2+\frac{1}{x^2}$ یا $x^3+\frac{1}{x^3}$ را می‌خواهند.) از دو اتحاد بالا استفاده کنید.

ساده کردن رادیکال‌های به فرم $\sqrt{A\pm 2\sqrt{B}}$

اگر رادیکال به شکل $\sqrt{A\pm 2\sqrt{B}}$ دیدید، باید زیر رادیکال یعنی $A\pm 2\sqrt{B}$ را به شکل $(\sqrt{C}\pm\sqrt{D})^2$ بنویسید:

$$(\sqrt{C}\pm\sqrt{D})^2 = A\pm 2\sqrt{B} \Rightarrow C+D\pm 2\sqrt{CD} = A\pm 2\sqrt{B} \Rightarrow \begin{cases} A = C+D \\ B = C\times D \end{cases}$$

یعنی باید دنبال دو تا عدد باشیم که جمعشان A و ضربشان B باشد. مثلاً باید ساده کردن $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$، باید دو تا عدد پیدا کنیم که جمعشان ۵ و ضربشان ۶ باشد. این دو تا عدد ۲ و ۳ هستند، پس جای $5+2\sqrt{6}$ می‌نویسیم $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ و داریم:

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

تجزیه: نوشتن یک عبارت جبری به صورت حاصل‌ضرب دو یا چند عبارت جبری دیگر

روش‌های معروف تجزیه:

اسم روش	توضیح	مثال
فاکتورگیری	از بزرگ‌ترین عامل مشترک بین جملات فاکتور می‌گیریم.	$12x^5 - 18x^4 = 6x^4(2x-3)$
استفاده از اتحادها	• در تجزیهٔ $a^n - b^n$، اگر n زوج باشد، از اتحاد مزدوج کمک می‌گیریم. • در تجزیهٔ $a^n \pm b^n$، اگر n مضرب ۳ باشد، از اتحاد چاق و لاغر کمک می‌گیریم. • در سه جمله‌ای‌ها دنبال اتحاد جمله مشترک (یا مربع) باشید.	$x^6 - 7x^3 - 8 \xlongequal{\text{جمله مشترک}} (x^3-8)(x^3+1)$ $\xlongequal{\text{چاق و لاغر}} (x-2)(x^2+2x+4)(x+1)(x^2-x+1)$
دسته‌بندی	چند جمله را با هم می‌گیریم و چند جملهٔ دیگر را نیز با هم، بعد با تجزیهٔ هر دسته به عبارتی می‌رسیم که به کمک اتحادها یا فاکتورگیری تجزیهٔ نهایی می‌شود.	$\underline{x^3} + \underline{3x^2} - \underline{4x} - \underline{12} = x^2(x+3) - 4(x+3)$ $\xrightarrow[x+3]{\text{فاکتور از}} (x+3)\underbrace{(x^2-4)}_{\text{مزدوج}} = (x+3)(x-2)(x+2)$
شکستن جملات	برای تجزیهٔ عبارت‌های به فرم $x^4 + bx^2 + c$ که در نگاه اول قابل تجزیه نیستند مناسب است. باید bx^2 را به شکل $dx^2 + ex^2$ بنویسید که dx^2 با دو جملهٔ دیگر تشکیل اتحاد مربع بدهد و بعد از آن از اتحاد مزدوج استفاده کنید.	$x^4 + 5x^2 + 9 \xrightarrow[6x^2 - x^2]{\text{جای } 5x^2 \text{ می‌نویسیم}} x^4 + 6x^2 + 9 - x^2$ $= (x^2+3)^2 - x^2 = (x^2+3+x)(x^2+3-x)$

گویا کردن مخرج کسرها:

فرم کسر	روش گویا کردن مخرج	مثال
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt{a}$ ضرب می‌کنیم.	$\frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[m]{a^n}}$	صورت و مخرج را در $\sqrt[m]{a^k}$ ضرب می‌کنیم (k کوچک‌ترین عددی است که به ازای آن $n+k$ مضرب m است.)	$\frac{12}{\sqrt[3]{2^4}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{4} = 3\sqrt[3]{4}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm b}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$	صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{6}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2} = \frac{6(\sqrt{7}+2)}{7-4} = 2(\sqrt{7}+2)$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a} \pm b}$ یا $\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}}$	صورت و مخرج را در چاق مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{3}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}} = \frac{3(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})}{5}$
$\frac{\bigcirc}{\sqrt[3]{a^2} \pm \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$	صورت و مخرج را در لاغر مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{10}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}} = \frac{10(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})}{5} = 2(\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2})$

سوالات درس ۱: مجموعه‌ها ـ الگو دنباله

۱ اگر $x \in \mathbb{R}$ و $x \notin \mathbb{Q}$ باشد، کدام می‌تواند x باشد؟ (استعدادی ۱۴۰۳)

۱) $\frac{\sqrt{20}\pi}{\sqrt{5}\pi + \sqrt{125}\pi}$ ۲) ۰/۱۰۱۱۰۱۱۱۰۱۱۱... ۴) $4/012\overline{5}$ ... ۴) $\sqrt{0/0025}$

۲ اگر $A = \{\frac{n^2(n+1)^2}{4} : n = 1, 2, ..., 7\}$ باشد، مجموع مقادیری از n که عضو متناظر آن در A زوج باشد، چقدر است؟ (استعدادی ۱۴۰۳)

۱) ۱۴ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۱

۳ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟ (تجربی داخل ۱۴۰۲)

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۴ در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a و قدر نسبت d، تساوی $6a_2^2 = 5a_4a + 3a_3a$ برقرار است. نسبت جملهٔ چهارم دنباله به d، کدام می‌تواند باشد؟ (تجربی داخل ۱۴۰۲)

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۵ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 5$ و تعداد اعضای مجموعهٔ $A \cup B$ برابر ۱۱ باشد، کمترین مقدار ممکن برای m کدام است؟ (تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲)

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۶ یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله ای حسابی با قدر نسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدر نسبت r است. مقدار $r + d$ کدام است؟ (تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲)

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) صفر

۷ اگر جملات یک دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدر نسبت d خواهید داشت. مقدار $r + d$ کدام است؟ (ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۸ اگر A، B و C سه مجموعهٔ ناتهی از مجموعهٔ مرجع U باشند، مجموعهٔ $C - ((A - B)' - (B - C))$ با کدام مجموعه برابر است؟ (ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲)

۱) $A' - (B \cup C)$ ۲) $B - (A \cup C)$ ۳) $C - (A \cup B)$ ۴) $(A' \cup B') - C$

۹ در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آن‌هایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج بدراشت می‌کنند) (تجربی داخل ۱۴۰۲)

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۳۵ ۳) ۲۳۵ ۴) ۲۷۰

۱۰ با ضرب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی به ترتیب در ۴ ، ۸ و ۱۶ ، یک دنبالهٔ حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع مربعات سه جملهٔ هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی کدام است؟ (ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲)

۱) $\frac{32}{7}$ ۲) $\frac{64}{7}$ ۳) $\frac{24}{5}$ ۴) $\frac{48}{5}$

۱۱ جمله‌های چهارم و هشتم یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب جملهٔ دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جملهٔ دهم الگوی خطی باشد، جملهٔ پانزدهم الگو، چند برابر قدر نسبت دنبالهٔ حسابی است؟ (تجربی داخل ۱۴۰۲)

۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{8}{5}$ ۳) ۳ ۴) ۴

درس اول: مجموعه‌ها ـ الگو و دنباله

۱ گزینه «۲» صحیح است.
گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم، گزینه اول:

$$\frac{\sqrt{20}\,\pi}{\pi(\sqrt{5}+5\sqrt{5})}=\frac{2\cancel{\sqrt{5}\pi}}{\cancel{\sqrt{5}\pi}(1+5)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\in Q \quad \times$$

گزینه سوم: اعداد اعشاری متناوب جز اعداد گویا به حساب می‌آیند.
گزینه چهارم: $\sqrt{0/0025}=0/05\in Q \quad \times$

۲ گزینه «۱» صحیح است.
با بررسی اعداد ۱ تا ۷ در سوال به جواب مسئله می‌رسیم.

$n=2\to A=9$ × $n=5\to A=225$ ×
$n=3\to A=36$ ✓ $n=6\to A=441$ ×
$n=1\to A=1$ × $n=4\to A=100$ ✓
$n=7\to A=784$ ✓

پس جواب برابر است با: $3+4+7=14$

۳ گزینه «۴» صحیح است.

$$n(A)=m\ ,\ n(B)=k$$
$$m-k=n(A)-n(B)=14$$
$$\Rightarrow n(A-B)+n(A\cap B)-(n(B-A)+n(A\cap B))=14$$
$$\Rightarrow n(A-B)-n(B-A)=14\ (I)$$
$$n(A\cup B)-n(A\cap B)=20$$
$$\Rightarrow n(A-B)+n(B-A)=20\ (II)$$
$$\xrightarrow{I,II}\begin{cases}n(A-B)-n(B-A)=14\\ n(A-B)+n(B-A)=20\end{cases}\Rightarrow n(B-A)=3$$

۴ گزینه «۱» صحیح است.

$$a,a+d,a+2d,\ldots$$
$$6(a+d)^2=5(a+2d)a+3(a+d)a$$
$$=6a^2+12ad+6d^2=5a^2+10ad+3a^2+3ad$$
$$=2a^2-6d^2+ad=0\quad,\quad \frac{a}{d}=x\Rightarrow a=dx$$
$$\Rightarrow 2d^2x^2-6d^2+d^2x=0\Rightarrow d^2(2x^2+x-6)=0$$
$$\Rightarrow(2x-3)(x+2)=0\Rightarrow x=\frac{3}{2},x=-2$$
$$\frac{a_4}{d}=\frac{a+3d}{d}=\frac{a}{d}+3=x+3:\begin{cases}x=-2: x+3=1\\ x=\frac{3}{2}: x+3=4/5\end{cases}$$

۵ گزینه «۳» صحیح است.
برای اینکه تعداد عضوهای A کمترین شود باید اشتراک A و B به حداقل برسد، یعنی: $n(A\cap B)=0$

$$n(A)=m\quad,\quad n(B)=k$$
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=11$$
$$\xrightarrow{n(A\cap B)=0}n(A)+n(B)=11$$
$$\Rightarrow\begin{cases}m-k=5\\ m+k=11\end{cases}\Rightarrow\ 2m=16\Rightarrow m=8$$

توجه کنید که اگر تعداد اعضای اشتراک A و B عددی بزرگ‌تر از صفر باشد، مقداری که برای m به دست می‌آید از ۸ بزرگ‌تر می‌شود.

۶ گزینه «۳» صحیح است.
دنبالهٔ با جملات ناصفر که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنبالهٔ اعداد ثابت به صورت $a,a,\ldots$ است که $d=0$ و $r=1$ بوده و $r+d=1$ است.

۷ گزینه «۲» صحیح است.
اگر جملات دنبالهٔ هندسی به صورت زیر باشند:

$$a_1,a_2,a_3,\ldots$$

بنابراین جملات دنبالهٔ حسابی عبارتند از:

$$\frac{a_1}{2},\frac{a_2}{2},\frac{a_3}{2},\ldots$$

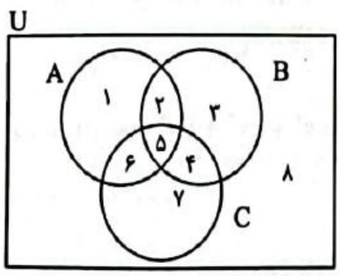
پس:

$$\frac{a_2}{2}=\frac{\frac{a_1}{2}+\frac{a_3}{2}}{2}\Rightarrow 2a_2=a_1+a_3\Rightarrow 2a_1r=a_1+a_1r^2$$
$$\xrightarrow{a_1\neq 0}r^2-2r+1=0\Rightarrow r=1$$

بنابراین دنبالهٔ هندسی ثابت است و $d=0$، پس:

$$r+d=1+0=1$$

۸ گزینه «۱» صحیح است.
روش اول: به صورت زیر ناحیه‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم:



$$((\underbrace{A-B}_{\{1,6\}})'-(\underbrace{B-C}_{\{2,3\}}))-\underbrace{C}_{\{4,5,6,7\}}$$
$$=(\underbrace{\{2,3,4,5,7,8\}-\{2,3\}}_{\{4,5,7,8\}})-\{4,5,6,7\}=\{8\}$$
$$A'-(B\cup C)=\{3,4,7,8\}-\{2,3,4,5,6,7\}=\{8\}$$

روش دوم:
با استفاده از جبر مجموعه‌ها داریم:

$$((A-B)'-(B-C))-C=((A\cap B')'\cap(B\cap C')')\cap C'$$
$$=((A'\cup B)\cap(B'\cup C))\cap C'=(A'\cup B)\cap((B'\cup C)\cap C')$$
$$=(A'\cup B)\cap((B'\cap C')\cup(\underbrace{C\cap C'}_{\varnothing}))$$
$$=(A'\cup B)\cap(B'\cap C')=((A'\cap B')\cup(\underbrace{B\cap B'}_{\varnothing}))\cap C'$$
$$=(A'\cap B')\cap C'=A'\cap(B'\cap C')=A'\cap(B\cup C)'$$
$$=A'-(B\cup C)$$