

آموزش نکته به نکته

دروس عمومی آزمون استخدامی

آموزش کلیه دروس به صورت تشریحی

ویژه داوطلبان

آزمون استخدامی دستگاه‌های اجرایی، بانک‌ها
آموزشی و پرورشی، سازمان‌ها، ادارات و ...

ریاضی

آمار مقدماتی

فناوری اطلاعات و مهارت‌های هفتگانه I.C.D.L

زبان و ادبیات فارسی و آیین نگارش

معارف اسلامی

هوش و توانمندی‌های عمومی

زبان انگلیسی - عمومی

اطلاعات عمومی، دانش اجتماعی و قانون اساسی

بخش اول ریاضی

- فصل اول: مجموعه ها ۵
- فصل دوم: توان رسانی و ریشه گیری ۱۱
- فصل سوم: معادله درجه دوم ۱۸
- فصل چهارم: مثلثات ۲۴
- فصل پنجم: تابع ۵۱
- فصل ششم: نامعادله ۶۴
- فصل هفتم: دنباله ۶۸
- فصل هشتم: توابع نمایی و لگاریتم ۷۶
- فصل نهم: ماتریس ۷۸
- فصل دهم: بردار و دستگاه مختصات ۸۵
- فصل یازدهم: عبارت های گویا ۸۷

بخش دوم آمار مقدماتی

- فصل اول: مفاهیم اساسی ۹۴
- فصل دوم: گروه بندی و پردازش داده های آماری ۹۷
- فصل سوم: مشخص کننده های مرکزی تمایل به مرکز ۱۰۳
- فصل چهارم: مشخصه های پراکندگی ۱۰۹
- فصل پنجم: توزیع صفت متغیر کیفی ۱۱۶
- فصل ششم: آنالیز ترکیبی و احتمال ۱۱۹

بخش سوم

فناوری اطلاعات و مهارت های هفتگانه I.C.D.L

- فصل اول: مفاهیم و مبانی رایانه ۱۲۸
- فصل دوم: سیستم عامل (Windows) ۱۳۷
- فصل سوم: واژه پرداز (Word) ۱۷۱
- فصل چهارم: صفحه گسترده (Excel) ۱۹۴
- فصل پنجم: ارائه مطلب (PowerPoint) ۲۱۶
- فصل ششم: مفاهیم ارتباطات (Internet) ۲۲۸
- فصل هفتم: بانک اطلاعاتی (Access) ۲۳۹

بخش چهارم زبان و ادبیات فارسی و آیین نگارش

- فصل اول: انواع شعر و آرایه های ادبی ۲۵۸
- فصل دوم: لغات و اصطلاحات ۲۶۶
- فصل سوم: درک مطلب (تناسب معنایی) ۲۷۲
- فصل چهارم: املاء ۲۸۵
- فصل پنجم: زبان فارسی ۲۸۷
- فصل ششم: آیین نگارش ۲۹۶
- فصل هفتم: تاریخ ادبیات ۳۰۳

بخش پنجم معارف اسلامی

- فصل اول: انسان و ایمان ۳۰۸
- فصل دوم: وجود خدا ۳۱۵
- فصل سوم: صفات خدا ۳۱۹
- فصل چهارم: مسئله شر ۳۲۴
- فصل پنجم: توحید و شرک ۳۲۶
- فصل ششم: معاد و جاودانگی ۳۳۱
- فصل هفتم: مفاهیم کلی دین و زندگی ۳۴۱

بخش ششم هوش و توانمندی های عمومی

- فصل اول: هوش ریاضی - منطقی ۳۵۵
- فصل دوم: هوش کلامی - ادبی ۳۶۷
- فصل سوم: هوش تصویری ۳۷۲

بخش هفتم زبان انگلیسی - عمومی

- فصل اول: دستور زبان ۳۷۴

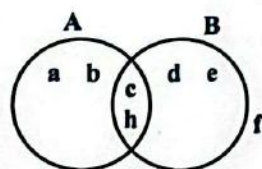
بخش هشتم اطلاعات عمومی، دانش اجتماعی و قانون اساسی

- فصل اول: اطلاعات عمومی ۴۲۱
- فصل دوم: دانش اجتماعی ۴۵۳
- فصل سوم: قانون اساسی ۴۶۸

تعریف مجموعه‌ها، در ریاضی از کلمه مجموعه «برای نشان دادن دسته یا گروهی از اشیاء مشخص و متمایز (غیر تکراری) استفاده می‌شود». مثال، فرض کنید دانش‌آموزان کلاس ۱/۱ رو می‌خواهیم براساس معدل به سه دسته تقسیم‌بندی کنیم. دسته‌های A و B و C، دسته‌های A افرادی که بین ۱۶ تا ۲۰ می‌شوند و دسته دوم افراد متوسطی که معدلشان بین ۱۲ تا ۱۶ که آن را B می‌نامیم دسته آخر افرادی هستند که معدلشان بین ۸ تا ۱۲ است و نام آن دسته C است. هر کدام از دسته‌های A و B و C یک مجموعه را تشکیل می‌دهند. این یعنی تعریف مجموعه‌ها و هر کدام از دانش‌آموزان (اشیاء) که عضو این دسته هستند را عضو مجموعه می‌نامند.

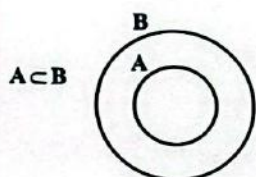
عضویت: نماد عضویت یک شیء در یک مجموعه «E» می‌باشد و نماد عدم عضویت در یک مجموعه « $\notin$ » می‌باشد.

مثال:



$$a \in A, b \in A, c \in A, h \in A$$

$$d \in B, e \in B, c \in B, h \in B, f \notin B, f \notin A$$



$$A \subset B$$

زیر مجموعه: نماد زیر مجموعه بودن « $\subset$ » می‌باشد و نماد زیر مجموعه نبودن « $\not\subset$ » می‌باشد. اگر بگوییم $A \subset B$ بدین معنی می‌باشد که هر عضو از مجموعه A عضو مجموعه B نیز هست یا اصطلاحاً A داخل شکم مجموعه B است.

تست: مشخص کنید کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

$$B \subset C \quad (۲)$$

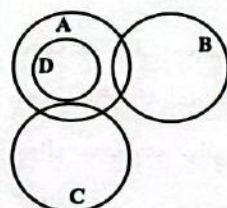
$$A \subset B \quad (۱)$$

$$A \subset D \quad (۴)$$

$$D \subset A \quad (۳)$$

گزینه «۳» صحیح است.

زیرا هر عضوی از مجموعه‌ی D در مجموعه A می‌باشد.



مجموعه تهی: مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد تهی نامیده می‌شود و با $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش داده می‌شود. توجه کنید $\{\emptyset\}$ و $\{\{\}\}$ تهی نمی‌باشند.

نکته‌ها:

* تهی زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه‌ها می‌باشد.

* هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی خودش نیز می‌باشد.

پیدا کردن زیر مجموعه‌های یک مجموعه: زیر مجموعه‌های یک مجموعه همانطوری که از اسمش پیداست یعنی انتخاب کردن اعضای از یک مجموعه مثلاً در مجموعه‌ی دو عضوی $A = \{a, b\}$ زیر مجموعه‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$\{a, b\} = \text{زیر مجموعه‌های دو عضوی}$$

(الف) هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی خودش نیز می‌باشد.

$$\{a\}, \{b\} = \text{زیر مجموعه‌های تک عضوی}$$

(ب) هر یک از اعضاء به تنهایی نیز زیر مجموعه مجموعه A می‌باشند.

$$\{\} = \text{مجموعه تهی}$$

(ج) تهی هم زیر مجموعه‌ی تمام مجموعه‌هاست.

پس تعداد زیر مجموعه‌های، مجموعه فوق ۴ عدد می‌باشد.

به بیان ساده از مجموعه‌ی دو عضوی A با می‌توان کل مجموعه یا تک تک اعضاء یا هیچی (تهی) را انتخاب نمود.

$$A = \{a, b, c\}$$

زیر مجموعه برای یک مجموعه‌ی سه عضوی به صورت زیر می‌باشد:

$$\{a, b, c\} = \text{زیر مجموعه‌های سه عضوی}$$

$$\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\} = \text{زیر مجموعه‌های دو عضوی}$$

$$\{a\}, \{b\}, \{c\} = \text{زیر مجموعه‌های تک عضوی}$$

$$\{\} = \text{مجموعه تهی}$$

پس تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه‌ی سه عضوی فوق ۸ تا می‌باشد.

• آموزش نکته به نکته دوسم عمومی آزمون استخدا می •

مجموعه متناهی: به مجموعه‌ای که تعداد اعضاء آن پایان پذیر باشد متناهی (با پایان) می‌گویند.

مثال: $\{x \in \mathbb{N} | 4 < x < 7\}$

مجموعه نامتناهی: به مجموعه‌ای که پایان نداشته باشد نامتناهی (بی پایان) می‌گویند. به عنوان مثال مجموعه‌های زیر نامتناهی می‌باشند.

معرفی چند مجموعه نامتناهی مهم:

(۱) مجموعه اعداد طبیعی: به مجموعه‌هایی شامل عدد یک و بزرگتر از آن در سیستم اعداد اعشاری (مبنای ۱۰) مجموعه‌ای اعداد طبیعی گفته می‌شود.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

(۲) مجموعه اعداد صحیح: اگر به مجموعه‌ای اعداد طبیعی عدد صفر و قرینه‌ی آنرا اضافه نماییم مجموعه‌ی حاصل مجموعه اعداد صحیح

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

خواهد بود.

(۳) مجموعه اعداد حسابی: همان مجموعه‌ی اعداد طبیعی به همراه عضو ۰ که آن را با W نمایش می‌دهند.

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

(۴) مجموعه اعداد گویا: این مجموعه را با Q نمایش می‌دهند و به صورت یک کسر که صورت و مخرج عضو اعداد صحیح و مخرج مخالف صفر می‌باشد.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

(۵) مجموعه اعداد حقیقی: این مجموعه را با R نمایش می‌دهند و شامل تمام مجموعه اعداد فوق می‌شود.

تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه‌ی n عضوی از فرمول 2^n بدست می‌آید.

تعداد اعضا	تعداد زیر مجموعه‌ها	زیر مجموعه‌ها	مجموعه
۰ عضوی	$2^0 = 1$	$\emptyset$	$\emptyset$
۱ عضوی	$2^1 = 2$	$\{a\}, \emptyset$	$\{a\}$
۲ عضوی	$2^2 = 4$	$\{a, b\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset$	$\{a, b\}$
۳ عضوی	$2^3 = 8$	$\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset$	$\{a, b, c\}$

مجموعه توانی: مجموعه‌ی توانی در واقع به کل زیر مجموعه‌های یک مجموعه که در یک مجموعه قرار بگیرند گفته می‌شود یا به عبارت دیگر مجموعه‌ای که اعضای آن تمام زیر مجموعه‌های مجموعه A می‌باشند را مجموعه توانی گفته می‌شود و با $P(A)$ نمایش داده می‌شود.

سوال: مجموعه توانی مجموعه A را بنویسید.

حل.

$$A = \{a, b, c\}$$

$$P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset\}$$



اگر مجموعه‌ی n ، A عضوی باشد مجموعه‌ی توانی A یا $P(A)$ ، 2^n عضو دارد.

تست: اگر مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3\}$ باشد مجموعه $P(A)$ چند عضوی است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

گزینه «۴» صحیح است.

مجموعه‌ی A سه عضوی می‌باشد پس $P(A) = 2^3 = 2^n = 8$

تست: اگر مجموعه A دارای سه عضو باشد $(P(P(A)))^2$ چند عضوی است؟

2^{16} (۴)

2^6 (۳)

2^1 (۲)

2^8 (۱)

گزینه «۴» صحیح است.

$$P(A) = 2^n = 2^3 = 8, \quad P(P(A)) = P(8) = 2^8 \Rightarrow ((2^8)^2) = 2^{16}$$

نمایش مجموعه‌ها، مجموعه‌ها را معمولاً به دو صورت نمایش می‌دهند:

(۱) به صورت نمایش آنها

(۲) به صورت نماد ریاضی (فرمول‌ها)

نمایش به صورت اعضای مجموعه: در این حالت معمولاً اعضای مجموعه را درون $\{ \}$ نمایش می‌دهند.

$$A = \{8, 32, 45, 93\} \quad A = \{a, b, c, d, e\}$$

نمایش به صورت نماد ریاضی: در این نوع نمایش ویژگی‌های مشترک عضوهای مجموعه قید می‌گردد.

مثال، اعضای مجموعه‌ی A و B را بنویسید.

$$A = \{3x | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 2\}$$

$$B = \{2k - 2 | k \in \mathbb{Z}, 3 < k \leq 6\}$$

$$A = \{3x | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 2\}$$

$$x = 0 \Rightarrow 3(0) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow 3(1) = 3 \Rightarrow A = \{0, 3, 6\}$$

$$x = 2 \Rightarrow 3(2) = 6$$

$$B = \{2k - 2 | k \in \mathbb{Z}, 3 < k \leq 6\}$$

$$k = 4 \Rightarrow 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$k = 5 \Rightarrow 2 \times 5 - 2 = 8 \Rightarrow B = \{6, 8, 10\}$$

$$k = 6 \Rightarrow 2 \times 6 - 2 = 10$$

حل.

نکته: بسته بودن یک مجموعه نسبت به یک عمل بدان معناست که اگر بر هر عضو از مجموعه با عضو دیگر عمل موردنظر را اجرا نماییم حاصل در مجموعه حضور داشته باشد.

تست: مجموعه $\{-1, 0, 1\}$ نسبت به کدام عمل بسته است؟

(۴) ضرب

(۳) جمع

(۲) تقسیم

(۱) تفریق

گزینه «۴» صحیح است.

بدیهی است این مجموعه نسبت به عمل ضرب بسته است زیرا هر عدد این مجموعه را در عدد دیگر عضو همین مجموعه ضرب کنیم حاصل زیر مجموعه‌ی همین مجموعه است.

تست: مجموعه اعداد طبیعی فرد نسبت به کدام عمل بسته است؟

(۴) تقسیم

(۳) جمع

(۲) ضرب

(۱) تفریق

گزینه «۲» صحیح است.

بدیهی است که حاصلضرب دو عدد فرد در یکدیگر حتماً عدد فرد است. پس نسبت به ضرب بسته خواهد بود. عملیات بر روی مجموعه‌ها: عملیات روی مجموعه‌ها یعنی این که مثلاً دو مجموعه رو با هم مساوی قرار بدیم، از هم کم کنیم، اجتماع بگیریم، اشتراک بگیریم و از این کارها که در زیر به بررسی آنها می‌پردازیم:

(۱) تساوی مجموعه‌ها: اگر مجموعه‌ی A زیر مجموعه‌ی B و مجموعه‌ی B زیر مجموعه‌ی A باشد آنگاه می‌گوییم دو مجموعه با هم برابرند یا به عبارت دیگر اگر هر عضو از مجموعه‌ی A عضو مجموعه‌ی B باشد و هر عضو از مجموعه‌ی B عضو مجموعه‌ی A باشد می‌توان گفت دو مجموعه با هم برابرند.

$$A = B \Rightarrow A \subset B, B \subset A$$

$$\{3, 2, 8, 9\} = \{9, 8, 2, 3\}$$

مثال:

دو مجموعه‌ی فوق برابر می‌باشند.

نکته: ترتیب قرارگیری اعضاء در مجموعه‌ها اهمیت ندارد و دلیل بر عدم تساوی دو مجموعه نمی‌باشد.

مثال: اگر دو مجموعه‌ی A و B با یکدیگر برابر باشند مقدار x را محاسبه نمایید.

$$A = \{9, 2, 3, 2\}, \quad B = \{9, 3, 2x - 5\}$$

حل. می‌دانیم تنها یکی از عضوهای تکراری در مجموعه‌ها حساب می‌شوند پس مجموعه‌ی A به شکل زیر می‌شود:

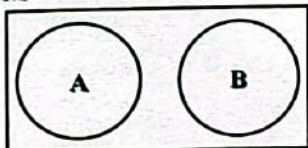
$$A = \{9, 2, 3\}$$

برای تساوی مجموعه‌ها تمامی اعضای آنها را با هم برابر قرار دهیم.

$$2x - 5 = 2 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

مجموعه مرجع: مجموعه‌ی جهانی است که شامل تمام مجموعه‌ها می‌شود و مجموعه‌های ما زیر مجموعه‌ای از آن هستند که با M یا U نمایش داده می‌شود.

M



نمودار ون: از نمودار ون معمولاً برای فهم بهتر مسائل استفاده می‌کنند که یک شکل بسته می‌باشد و مجموعه‌های فرض شده در آن را با دایره مشخص می‌کنند. خود نمودار ون را با یک مستطیل نمایش می‌دهند که این مستطیل همان مجموعه‌ی جهانی مرجع ماست.

متمم یک مجموعه: متمم مجموعه A را با A' نمایش می‌دهند و شامل تمام اعضای مجموعه‌ی

M



مرجع (M) به جزء مجموعه‌ی A می‌باشد.

• آموزش نکته به نکته دروس عمومی آزمون استخدامی •

سوال: اگر مجموعه مرجع $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد و مجموعه $A = \{1, 3\}$ باشد تعداد زیر مجموعه‌ی مجموعه‌ی A' کدام است؟
 $A' = \{2, 4, 5\}$

حل.

$2^3 = 8$: تعداد زیر مجموعه‌ها مجموعه A'

نکات مهم:

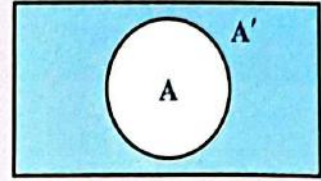
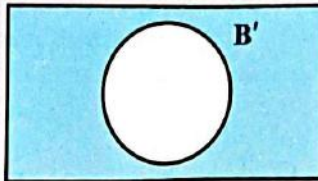
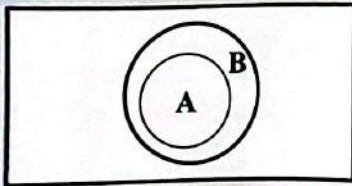
$(A')' = A$

$M' = \emptyset, \emptyset' = M$

(۱) متمم یک مجموعه با همان مجموعه برابر است.

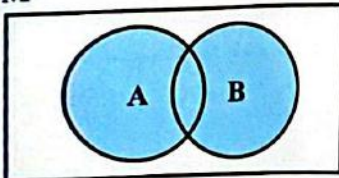
(۲) متمم مجموعه‌ی تهی ($\emptyset$) مجموعه‌ی مرجع می باشد و برعکس

(۳) اگر $A \subset B$ باشد آنگاه $B' \subset A'$ می باشد.



با توجه به نمودارها مشخص می باشد که B' زیر مجموعه A' است.

M



اجتماع مجموعه‌ها: اگر خوب به اسم این عمل نگاه کنید می بینید از جمع میاد، اما در تعریف اجتماع دو مجموعه‌ی A و B ، مجموعه ایست شامل تمامی اعضای مجموعه‌ی A و B و آنرا با نماد $A \cup B$ نمایش می دهند.

نکته‌ها:

* همانطور که معلوم است هم مجموعه‌ی A و هم مجموعه‌ی B زیر مجموعه‌ی $A \cup B$ می باشند یا به عبارت ریاضی:

$A \subset (A \cup B)$ و $B \subset (A \cup B)$

* عمل اجتماع گیری بین دو یا چند مجموعه اتفاق می افتد.

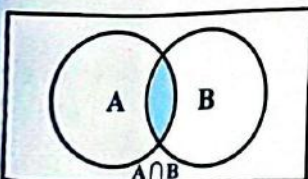
* دقت کنید اعضای تکراری یک بار به حساب می آیند.

سوال: مجموعه $A \cup B$ را حساب کرده و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.
 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f\}$

حل.

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه n عضوی $2^n \xrightarrow{n=6} 2^6 = 64$



اشتراک گیری مجموعه‌ها: همانطور که از اسمش مشخص است ریشه اش از مشترک می آید و در تعریف هم به اعضای مشترک بین دو مجموعه گفته می شود. اشتراک دو مجموعه A و B مجموعه ایست شامل اعضای مشترک بین A و B و آنرا با $A \cap B$ نمایش می دهند.

نکته‌ها:

* همانطور که از شکل نیز مشخص است $A \cap B$ زیر مجموعه‌ی مجموعه A است هم زیر مجموعه‌ی مجموعه B و یا به

$(A \cap B) \subset A$, $(A \cap B) \subset B$

عبارت ریاضی:

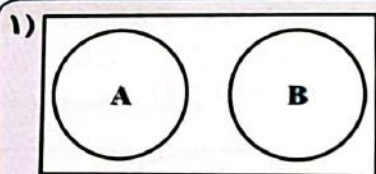
* همانند اجتماع گیری اشتراک گیری نیز بین حداقل دو مجموعه است.

سوال: $A \cap B$ را محاسبه کرده و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.
 $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{b, d, e, f\}$ و $A \cap B = \{b, d\}$

حل.

تعداد زیر مجموعه‌ها $2^n \xrightarrow{n=2} 2^2 = 4$

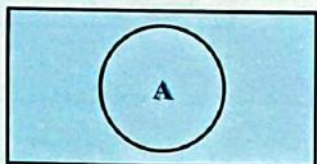
نکته‌ها:



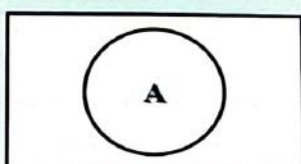
$$A \cap B = \emptyset$$

* اگر دو مجموعه اشتراکشان تهی باشد آن دو مجموعه از هم جدا می‌باشند.

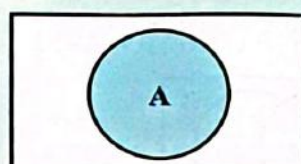
۲) $A \cup A' = M$



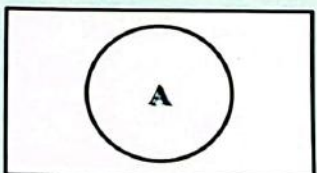
۳) $A \cap A' = \emptyset$



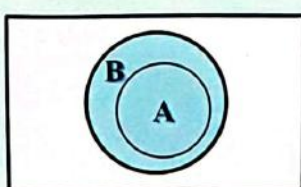
۴) $A \cup \emptyset = A$



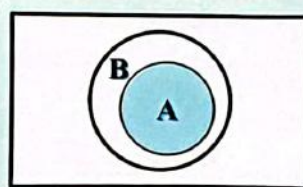
۵) $A \cap \emptyset = \emptyset$



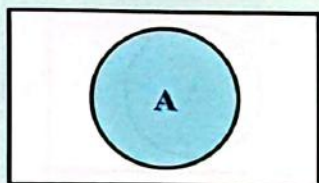
۶) $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$



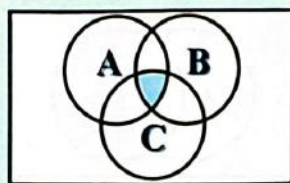
۷) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$



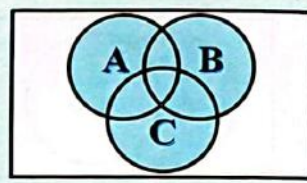
۸) $A \cup A = A \cap A = A$



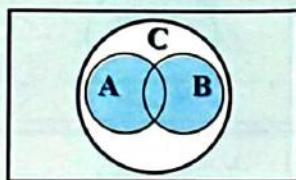
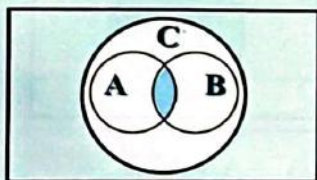
۹) $A \cap (B \cap C) = C \cap (A \cap B) = B \cap (A \cap C)$



۱۰) $A \cup (B \cap C) = B \cup (A \cap C) = C \cup (A \cap B)$



۱۱) $A \subset C, B \subset C \Rightarrow A \cap B \subset C, A \cup B \subset C$



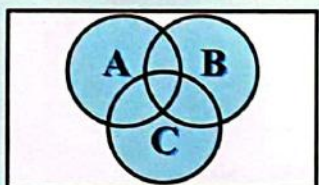
۱۲) $A \cup B = A + B - A \cap B$

مثال: به دلیل اینکه مجموعه‌ی A و مجموعه‌ی B دارای عضوهای مشترک می‌باشند در مجموعه $A + B$ عضوهای مشترک دوبار تکرار گردیده است، پس باید یک بار آن را حذف نماییم.

$A = \{۲, ۳, ۵\}$ و $B = \{۲, ۵, ۷\}$ و $A + B = \{۲, ۳, ۵, ۲, ۵, ۷\}$ و $A \cup B = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$

همانطور که مشخص است عضو ۲ و ۵ در مجموعه‌ی $A + B$ دوبار آمده است.

۱۳) $A \cup B \cup C = A + B + C - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C) + (A \cap B \cap C)$



با توجه به توضیحی که در شماره ۱۲ آورده شد در این فرمول نیز باید عضو تکراری حذف گردد.

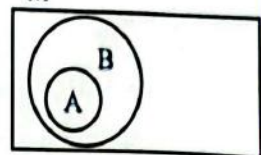
نست، اگر A زیر مجموعه B باشد، آنگاه:

(۱) $(A \cap B) \cup B = A$ (۲) $(A \cap B) \cup A = B$

(۳) $(A \cap B) \cup A = A$ (۴) $(A \cup B) \cap B = A$

گزینه «۳» صحیح است.

M



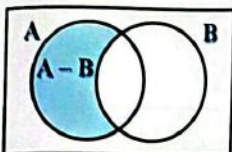
$A \subset B \rightarrow$

گزینه ۱ $\rightarrow (A \cap B) \cup B = A \rightarrow A \cup B = B$ غلط است.

گزینه ۲ $\rightarrow (A \cap B) \cup A = B \rightarrow A \cup A = A$ غلط است.

گزینه ۳ $\rightarrow (A \cap B) \cup A \rightarrow A \cup A = A$ صحیح است.

گزینه ۴ $\rightarrow (A \cup B) \cap B = A \rightarrow B \cap B = B$ غلط است.



تفاضل مجموعه‌ها: تفاضل در معنا همان تفریق می‌باشد اما در ریاضیات تفاضل دو مجموعه‌ی A و B یعنی اعضای A که در B موجود باشد و در B موجود نباشند و آنرا با $A - B$ نمایش می‌دهند.

به بیان ریاضی می‌توان گفت:

$A - B = A - (A \cap B)$

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{b, d, e, f\}$

$A - B = \{a, c\}$

سوال: $A - B$ را محاسبه و تعداد زیر مجموعه‌های آن را بنویسید.

حل:

$\text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = 2^n \xrightarrow{n=2} 2^2 = 4$

چند ویژگی مهم برای تفاضل دو مجموعه:

۱) $(A - B) \subset A$ 	۲) $(B - A) \subset B$ 	۳) $\emptyset - A = \emptyset$
۴) $A - \emptyset = A$ 	۵) $A - A = \emptyset$ 	۶) $A - A' = A$
۷) $A - M = \emptyset$ 	۸) $M - A = A'$ 	۹) $A' - A = A'$
۱۰) $A - B = A - (A \cap B)$ 	۱۱) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A = B = A$ 	
۱۲) $A - B \neq B - A$ 		

توان رسانی: اگر تعدادی عدد یا نماد یکسان در هم ضرب شوند می توان آنها را به صورت توان نوشت. نوشتن حاصل ضرب اعداد تکراری به صورت توان با نماد باعث ساده شدن عبارت می گردد.

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times \dots \times x}_{n \text{ بار}} \quad 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ بار}}$$

نکته ها:

* در عدد توان دار a^n به a پایه و به n توان گفته می شود.

* حاصل هر عدد به توان صفر مساوی ۱ است و حاصل ۰ به توان هر عددی ۰ و یک به توان هر عددی ۱ است.

$$100^0 = 1, 0^{1000} = 0, 1^{500} = 1$$

ضرب اعداد توان دار: به دو صورت می باشد:

(۱) با پایه های یکسان (۲) با توان های یکسان

(۱) ضرب اعداد توان دار با پایه یکسان: برای این کار باید یکی از پایه ها رو بنویسیم و توان ها را با هم جمع نماییم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$7^2 \times 7^5 = (7 \times 7)(7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) = 7^{2+5} = 7^7$$

سوال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$3^6 \times 3^5 \times 3^9 \times (3^5 \times 3^2)$$

حل:

$$3^6 \times 3^5 \times 3^9 \times (3^7) = 3^{27}$$

همانطور که دیدید اگر چند تا عدد توان دار با پایه یکسان در هم ضرب بشوند می توان یکی از پایه ها را نوشت و توان ها را با هم جمع کرد.

تجزیه یک عدد: بدان معنا می باشد که یک عدد را به صورت حاصل ضرب دو یا چند عدد بنویسیم، اما در تجزیه کردن عدد را به عوامل اول

تجزیه می کنند دلیل اینکار هم این است که عددهای اول به عدد دیگری تقسیم نمی شوند به جز خودشان.

مثال:

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

نکته: برای تجزیه کردن اعداد ابتدا آنها را بر عددهای اول کوچکتر تقسیم می کنیم سپس این کار را آنقدر ادامه می دهیم

تا دیگر عددی جز عدد اول برای تقسیم کردن وجود نداشته باشد. به این مثال خوب توجه کنید. در هر مرحله عدد را تقسیم

کرده و در سطر زیر آن می نویسیم.

مثال:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

نکته ها:

* اگر عددی را به عوامل اول تجزیه کردیم و حاصل تماماً توان‌هایشان زوج بود آنگاه آن عدد مربع کامل است.
مثال: آیا عدد ۹۰۰ مربع کامل است؟

$$\begin{array}{r|l} 900 & (2) \\ 450 & (2) \\ 225 & (3) \\ 75 & (3) \\ 25 & (5) \\ 5 & (5) \\ 1 & \end{array}$$

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

چون توان‌ها همگی زوج می‌باشند پس می‌توان گفت این عدد مربع کامل است.

* در تجزیه اگر عددی جلوی خود داشت مانند ۲۰ یا ۳۰ می‌توانیم آن را برداریم و به جای آن یک ۲ و ۵ قرار دهیم.

$$30 = 3 \times 2 \times 5, \quad 20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

مثال:

$$500 = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 5^3 \times 2^2$$

جمع و تفریق کردن عبارات تواندار: جمع کردن عبارات تواندار در واقع همان فاکتورگیری است. باید عامل مشترک را پیدا کنید و بعد از آن فاکتور بگیرید.

مثال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\underbrace{2^5 + 2^5 + 2^5 \dots + 2^5}_{8 \text{ بار}} + 3^2 \times 3^2 \times 9^2 = 2^5 (1+1+1 \dots +1) + 3^2 \times 3^2 \times 3^4$$

$$8 \times (2^5) + 3^2 \times 3^2 \times 3^4 = 8 \times 2^5 + 3^8 \Rightarrow 2^3 \times 2^5 + 3^8 = 2^8 + 3^8$$

(۲) ضرب اعداد تواندار با توان یکسان: برای این کار باید یکی از توان‌ها را نوشته و پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

به طور مثال:

مثال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$2^2 \times 2^2 \times 10^3 = 3^3 \times 2^3 \times 10^3 = (60)^3$$

به توان رساندن اعداد تواندار: برای به توان رساندن عدد تواندار ابتدا پایه را نوشته و توان‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$(a^b)^c = a^{b \times c}$$

سوال: حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$6^{2^3} \quad \text{ج) } (2^2 \times 3^2)^2 \quad \text{ب) } (8^2)^3 \quad \text{الف)}$$

حل:

$$(8^2)^3 = 8^6$$

الف)

$$(2^2 \times 3^2)^2 = (6^2)^2 = 6^4$$

ب)

$$6^{2^3} = 6^8$$

ج)

نکته:

دقت نمایید در مثال قسمت (ج) توان عدد تواندار به توان رسیده است و کل عدد تواندار به توان نرسیده است.

تقسیم اعداد تواندار: تقسیم مانند ضرب می‌باشد. که به بررسی دو حالت آن می‌پردازیم البته مخرج مشخص است که نباید صفر باشد:

(۱) تقسیم اعداد تواندار با پایه یکسان (۲) تقسیم اعداد تواندار با توان یکسان

(۱) تقسیم اعداد تواندار با پایه یکسان: در تقسیم اعداد تواندار اگر پایه‌ها مساوی باشد یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم

$$a^z, \quad a^b \div a^c = a^{b-c}$$